

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Ганеев Вилер Валиахметович  
Должность: Директор  
Дата подписания: 23.10.2023 10:19:53  
Уникальный программный ключ:  
fceab25d7092f3bff743e8ad3f8d57fddc1f5e66

**ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»  
БИРСКИЙ ФИЛИАЛ УУНиТ  
ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ**

Утверждено:  
на заседании кафедры высшей математики и  
физики  
протокол № 4 от 23.11.2022 г.  
Зав. кафедрой подписано ЭЦП / Чудинов В.В.

Согласовано:  
Председатель УМК  
факультета физики и математики  
подписано ЭЦП / Бигаева Л.А.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)  
для очной формы обучения**

Численные методы решения задач математической физики  
*Обязательная часть*

**программа магистратуры**

Направление подготовки (специальность)  
01.04.02 *Прикладная математика и информатика*

Направленность (профиль) подготовки  
Направленность (профиль) "Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ"

Квалификация  
Магистр

|   |  |
|---|--|
| Разработчик (составитель)<br>Доцент, к. ф.-м.н., доцент<br>(должность, ученая степень, ученое звание) | <u>подписано ЭЦП / Латыпов И.И.</u><br>(подпись, Фамилия И.О.) |
|---|--|

Для приема: 2020-2021 г.

Бирск 2022 г.

Составитель / составители: Латыпов И.И.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры высшей математики и физики протокол № \_\_\_\_ от «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры \_\_\_\_\_, протокол № \_\_\_\_ от «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20 \_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры \_\_\_\_\_, протокол № \_\_\_\_ от «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20 \_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры \_\_\_\_\_, протокол № \_\_\_\_ от «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20 \_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в рабочую программу дисциплины, утверждены на заседании кафедры \_\_\_\_\_, протокол № \_\_\_\_ от «\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20 \_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ Ф.И.О/

## Список документов и материалов

|  |    |
|--|----|
| 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций.....   | 4  |
| 2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы.....  | 6  |
| 3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся).....   | 6  |
| 4. Фонд оценочных средств по дисциплине .....  | 11 |
| 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.....  | 11 |
| 4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине..... | 13 |
| 4.3. Рейтинг-план дисциплины .....   | 20 |
| 5. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....   | 20 |
| 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....   | 20 |
| 5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины.....   | 21 |
| 6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....  | 22 |

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций**

По итогам освоения дисциплины обучающийся должен достичь следующих результатов обучения:

| Категория (группа) компетенций (при наличии ОПК)                  | Формируемая компетенция (с указанием кода)  | Код и наименование индикатора достижения компетенции   | Результаты обучения по дисциплине   |
|---|---|--|---|
| Теоретические и практические основы профессиональной деятельности | Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач (ОПК-2);                               | ОПК-2.1. Использует результаты прикладной математики для освоения, адаптации новых методов решения задач в области своих профессиональных интересов. | Знать основные принципы и методы математического моделирования, численные методы применяемые при решении модельных задач математической физики.                           |
|   |   | ОПК-2.2. Реализует и совершенствует новые методы, решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.                                  | Уметь анализировать прикладную задачу, определять методы решения, разрабатывать алгоритм численного решения поставленной задачи математической физики.                    |
|   |   | ОПК-2.3. Проводит качественный и количественный анализ полученного решения с целью построения оптимального варианта.                                 | Владеть навыками совершенствования и реализации численных методов решения прикладных задач.   |
|   | Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности (ОПК-3); | ОПК-3.1. Формулирует цели моделирования при решении прикладных задач профессиональной деятельности.  | Знать принципы и методы анализа и синтеза математических моделей исследуемой предметной области, методы решения основных модельных задач уравнений математической физики. |
|   |   | ОПК-3.2. Разрабатывает математические модели   | Уметь применять методы анализа и синтеза  |

|  |  |  |   |
|--|--|--|---|
|  |  | <p>при решении прикладных задач в области профессиональной деятельности</p>                                  | <p>математических моделей исследуемой предметной области, использовать математические методы для решения поставленной задачи, анализировать полученный результат на соответствие решаемой задаче.</p> |
|  |  | <p>ОПК-3.3. Анализирует математические модели при решении прикладных задач профессиональной деятельности</p> | <p>Владеть методы анализа и синтеза математических моделей исследуемой предметной области, математическими методами для решения поставленной задачи, навыками анализа полученного результата.</p>     |

## **2. Цель и место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина «Численные методы решения задач математической физики» относится к обязательной части.

Дисциплина изучается на   1   курсе в   2   семестре.

Цель изучения дисциплины: формирование знаний, умений и навыков в области современной теории численных методов решения широких классов задач математической физики, возникающих как в теории, так и непосредственно в физике, механике и технологических процессах.

## **3. Содержание рабочей программы (объем дисциплины, типы и виды учебных занятий, учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся)**

ФГБОУ ВО «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»  
БИРСКИЙ ФИЛИАЛ УУНиТ  
ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

**СОДЕРЖАНИЕ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ**

дисциплины «Численные методы решения задач математической физики» на \_\_\_\_2  
семестр  
очная  
форма обучения

| <b>Вид работы</b>   | <b>Объем дисциплины</b> |
|---|-------------------------|
| Общая трудоемкость дисциплины (ЗЕТ / часов)   | 4/144                   |
| Учебных часов на контактную работу с преподавателем:  | 34.2                    |
| лекций  | 12                      |
| практических/ семинарских   | 0                       |
| лабораторных  | 22                      |
| контроль самостоятельной работы (КСР)   | 0                       |
| других (групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие работу обучающихся с преподавателем) ФКР | 0.2                     |
| Учебных часов на самостоятельную работу обучающихся (СРС)   | 109.8                   |
| Учебных часов на подготовку к зачету (Контроль)   | 0                       |

Форма контроля:

Зачет 2 семестр

| № п/п              | Тема и содержание   | Форма изучения материалов: |     |    |         | Основная и дополнительная литература, рекомендуемая студентам (номера из списка) | Задания по самостоятельной работе студентов | Форма текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, контрольные работы, компьютерные тесты и т.п.) |
|--------------------|---|----------------------------|-----|----|---------|--|---|---|
|                    |   | Лек                        | Лаб | Зч | СР<br>С |  |   |   |
| 1 курс / 2 семестр |   |                            |     |    |         |  |   |   |
| 1                  | <p>Основы математического моделирования</p> <p>Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.<br/>Математическое моделирование процессов, описываемых уравнениями математической физики (УМФ).<br/>Постановки математических моделей.</p> | 2                          |     |    | 25      | Осн. лит-ра №№ 1,2<br>Доп. лит-ра № 1  | Тестирование                                | Тестирование  |
| 2                  | <p>Математическое моделирование физических процессов.</p> <p>Стационарные и нестационарные физические процессы, протекающие в однородных и неоднородных средах, изотропных и анизотропных средах, при наличии (либо отсутствии) внутренних</p>        | 4                          | 8   |    | 30      | Осн. лит-ра №№ 1,2,3<br>Доп. лит-ра № 1  | Лабораторная работа                         | Тестирование,<br>Лабораторная работа  |



|   |   |   |    |      |                                       |                     |                                      |
|---|---|---|----|------|---------------------------------------|---------------------|--------------------------------------|
|   | источников; линейные и нелинейные модели; математические модели физических процессов, описываемых УМФ с разрывными данными и решениями. Уравнения эллиптического, параболического и гиперболического типов. Исследование математических моделей. Метод подобия. Принцип максимума. Теоремы сравнения, метод осреднения. Математические постановки основных краевых задач для уравнений эллиптического типа, начально-краевых задач для уравнений параболического и гиперболического типов. Корректно и некорректно поставленные задачи для УМФ. |   |    |      |                                       |                     |                                      |
| 3 | Разностные методы решения УМФ.<br><br>Дискретные модели. Теория разностных схем. Основные понятия теории разностных схем. Сетки и сеточные функции. Аппроксимация. Погрешность аппроксимации. Корректность разностной схемы. Сходимость разностной схемы. Разностные схемы как опера-торные уравнения в пространствах сеточных функций. Разностный принцип максимума. Разностные уравнения. Разностные уравнения второго порядка. Задача Коши. Краевые задачи. Задачи описываемые КЗ уравнений в частных производных. Сеточные методы.          | 4 | 10 | 25   | Осн. лит-ра № 3<br>Доп. лит-ра №№ 2,3 | Лабораторная работа | Лабораторная работа,<br>Тестирование |
| 4 | Разностные схемы основных краевых задач.  | 2 | 4  | 29.8 | Осн. лит-ра № 3<br>Доп. лит-ра №№ 2,3 | Лабораторная работа | Лабораторная работа,                 |

|                             |   |    |    |   |     |  |  |              |
|-----------------------------|---|----|----|---|-----|--|--|--------------|
|                             | Разностные схемы основных краевых задач для эллиптических, параболических и гиперболических уравнений. Прямые и итерационные методы решения сеточных уравнений. |    |    |   |     |  |  | Тестирование |
| 5                           | Зачет   |    |    | 1 | 0.2 |  |  |              |
| Итого по 1 курсу 2 семестру |   | 12 | 22 | 1 | 110 |  |  |              |
| Итого по дисциплине         |   | 12 | 22 | 1 | 110 |  |  |              |

#### 4. Фонд оценочных средств по дисциплине

##### 4.1. Перечень компетенций и индикаторов достижения компетенций с указанием соотнесенных с ними запланированных результатов обучения по дисциплине. Описание критериев и шкал оценивания результатов обучения по дисциплине.

Код и формулировка компетенции: Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач (ОПК-2);

| Код и наименование индикатора достижения компетенции  | Результаты обучения по дисциплине  | Критерии оценивания результатов обучения (Зачет) |   |
|---|--|--|---|
|   |  | Незачтено  | Зачтено                                   |
| ОПК-2.1.<br>Использует результаты прикладной математики для освоения, адаптации новых методов решения задач в области своих профессиональных интересов. | Знать основные принципы и методы математического моделирования, численные методы применяемые при решении модельных задач математической физики.        | Знания не сформированы                           | Знания полностью сформированы             |
| ОПК-2.2.<br>Реализует и совершенствует новые методы, решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.                                  | Уметь анализировать прикладную задачу, определять методы решения, разрабатывать алгоритм численного решения поставленной задачи математической физики. | Умения не сформированы                           | Умения в основном сформированы            |
| ОПК-2.3.<br>Проводит качественный и количественный анализ полученного   | Владеть навыками совершенствования и реализации численных методов  | Владение навыками не сформировано                | Владение навыками в основном сформировано |

|   |                           |  |  |
|---|---------------------------|--|--|
| решения с целью построения оптимального варианта. | решения прикладных задач. |  |  |
|---|---------------------------|--|--|

Код и формулировка компетенции: Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности (ОПК-3);

| Код и наименование индикатора достижения компетенции   | Результаты обучения по дисциплине   | Критерии оценивания результатов обучения (Зачет) |                                |
|--|---|--|--------------------------------|
|  |   | Незачтено  | Зачтено                        |
| ОПК-3.1.<br>Формулирует цели моделирования при решении прикладных задач профессиональной деятельности.               | Знать принципы и методы анализа и синтеза математических моделей исследуемой предметной области, методы решения основных модельных задач уравнений математической физики.                                 | Знания не сформированы                           | Знания полностью сформированы  |
| ОПК-3.2.<br>Разрабатывает математические модели при решении прикладных задач в области профессиональной деятельности | Уметь применять методы анализа и синтеза математических моделей исследуемой предметной области, использовать математические методы для решения поставленной задачи, анализировать полученный результат на | Умения не сформированы                           | Умения в основном сформированы |

|   |  |                                   |   |
|---|--|-----------------------------------|---|
|   | соответствие решаемой задаче.  |                                   |   |
| ОПК-3.3. Анализирует математические модели при решении прикладных задач профессиональной деятельности | Владеть методами анализа и синтеза математических моделей исследуемой предметной области, математическими методами для решения поставленной задачи, навыками анализа полученного результата. | Владение навыками не сформировано | Владение навыками в основном сформировано |

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины. Баллы, выставляемые за конкретные виды деятельности представлены ниже.

**4.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценивания результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с установленными в образовательной программе индикаторами достижения компетенций. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине.**

| Код и наименование индикатора достижения компетенции   | Результаты обучения по дисциплине  | Оценочные средства                |
|--|--|-----------------------------------|
| ОПК-2.1. Использует результаты прикладной математики для освоения, адаптации новых методов решения задач в области своих профессиональных интересов. | Знать основные принципы и методы математического моделирования, численные методы применяемые при решении модельных задач математической физики.        | Тестирование                      |
| ОПК-2.2. Реализует и совершенствует новые методы, решения прикладных задач в области профессиональной деятельности.                                  | Уметь анализировать прикладную задачу, определять методы решения, разрабатывать алгоритм численного решения поставленной задачи математической физики. | Тестирование, Лабораторная работа |
| ОПК-2.3. Проводит качественный и количественный анализ   | Владеть навыками совершенствования и реализации численных методов  | Лабораторная работа               |

|   |   |                                   |
|---|---|-----------------------------------|
| полученного решения с целью построения оптимального варианта.   | решения прикладных задач.   |                                   |
| ОПК-3.1. Формулирует цели моделирования при решении прикладных задач профессиональной деятельности.               | Знать принципы и методы анализа и синтеза математических моделей исследуемой предметной области, методы решения основных модельных задач уравнений математической физики.   | Тестирование                      |
| ОПК-3.2. Разрабатывает математические модели при решении прикладных задач в области профессиональной деятельности | Уметь применять методы анализа и синтеза математических моделей исследуемой предметной области, использовать математические методы для решения поставленной задачи, анализировать полученный результат на соответствие решаемой задаче. | Тестирование, Лабораторная работа |
| ОПК-3.3. Анализирует математические модели при решении прикладных задач профессиональной деятельности             | Владеть методы анализа и синтеза математических моделей исследуемой предметной области, математическими методами для решения поставленной задачи, навыками анализа полученного результата.  | Лабораторная работа               |

Критериями оценивания при модульно-рейтинговой системе являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины

для зачета: текущий контроль – максимум 50 баллов; рубежный контроль – максимум 50 баллов, поощрительные баллы – максимум 10).

Шкалы оценивания:

для зачета:

зачтено – от 60 до 110 рейтинговых баллов (включая 10 поощрительных баллов),

не зачтено – от 0 до 59 рейтинговых баллов.

### Тестовые задания

Описание тестовых заданий: тестовые задания включают тесты закрытого типа (с одним правильным ответом), тесты на установлении последовательности и на установление соответствия. Оценка за выполнение тестовых заданий выставляется на основании процента заданий, выполненных студентами в процессе прохождения промежуточного и рубежного контроля знаний

**Фрагмент теста по курсу «Компьютерное моделирование»**

Введение. Вычислительная математика. Математическая модель.

Численные методы. Источники погрешностей. Полная погрешность решения задачи.

Приближенное решение задачи, корректность и устойчивость.

1. Чем вызвана, что в результате применения численного метода могут быть получены не точные, а приближенные значения искомой функции, даже если все предписанные методом вычисления проделаны абсолютно точно?
  1. Погрешностью метода.
  2. Не устранимой погрешностью.
  3. Погрешностью округления.
  4. Неточностью модели и погрешностью исходных данных.
2. Перечислите условия при которых задача называется корректно поставленной.
  1. Существование решения.
  2. Единственность решения.
  3. Устойчивость.
  4. Точное задание начальных данных.
3. Если задача имеет единственное решение, непрерывно зависящее от начальных и граничных условий, то она является ...
  1. вполне непрерывной;
  2. неопределенной;
  3. корректной;
  4. некорректной.
4. Чем вызвана, что математическая модель исследуемого объекта не может учитывать все без исключения явления, влияющие на состояние объекта?
  1. Погрешностью метода.
  2. Не устранимой погрешностью.
  3. Погрешностью округления.
  4. Неточностью численного метода и погрешностью исходных данных.
5. Как называются погрешности вызванные тем, что любые арифметические операции над числами производятся при наличии ограниченного количества используемых для записи чисел разрядов позиционной системы исчисления?
  1. Погрешностью метода.
  2. Не устранимой погрешностью.
  3. Погрешностью округления.
  4. Неточностью численного метода и погрешностью исходных данных.
6. При нарушении каких условий задача становится некорректной.
  1. Существование решения.
  2. Единственность решения.
  3. Устойчивость.
  4. Точное задание начальных данных.
  5. Адекватность модели реальной задаче.
7. Полная погрешность задачи включает
  1. погрешность модели;
  2. погрешность метода;
  3. грубые ошибки;
  4. мелкие погрешности;
  5. Вычислительные погрешности.
8. Для любой задачи можно найти приближенное решение, если она ....
  1. корректна;
  2. некорректна;
  3. устойчива;
  4. использует точные исходные данные.

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания выполнения тестовых заданий

Описание методики оценивания выполнения тестовых заданий: оценка за выполнение тестовых заданий ставится на основании подсчета процента правильно выполненных тестовых заданий.

**Критерии оценки (в баллах):**

- **9-10** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 81 – 100 %;
- **7-8** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 61 – 80 %;
- **4-6** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 41 – 60 %;
- **до 4** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 40 %;

### **Лабораторная работа**

Тематика лабораторных работ

**Форма отчёта:**

1. Постановка задач. Краткая теория (метод решения). Геометрическая интерпретация.
2. Алгоритм решения поставленной задачи. (Блок-схема).
3. Текст программы.
4. Тестовый пример.
5. Численный расчёт по данным исходной задачи с оценкой погрешности результата.  
Протокол работы программы.
6. Анализ полученного результата.

*Пояснения к отдельным пунктам отчета.*

Постановка задачи включает краткую математическую формулировку задачи с пояснением отдельных моментов, а также необходимые графики и/или рисунки. Должны быть приведены основные моменты применяемых методов.

Алгоритм решения задачи может быть оформлен или в виде блок-схемы, или в словесной форме. Допускается описание алгоритма осмысленными частями (блоками).

Текст программы численного решения задачи должен быть написан на предлагаемом языке программирования, который может быть изменен по согласованию с преподавателем данного курса.

Под тестовым примером или тестом понимается задача (аналогичная по постановке искомой задаче) у которой известно точное решение, что позволяет сравнить численные результаты (приближенное и точное решения) и оценить допускаемую погрешность. По результатам тестирования должен быть сделан вывод.

Протокол работы программы должен включать результаты как по тестовому примеру, так и численного расчета искомой задачи. Результаты численных расчетов должны быть оформлены по всем правилам записи приближенных чисел т.е. запись приближенного решения только с верными значащими цифрами и допускаемой погрешностью.

Анализ численных результатов должен дать ответ на вопрос, соответствуют ли полученные результаты искомому решению поставленной задачи.

**Лабораторные работы**

**Лабораторная работа № 1.**

**Тема:** Приближенное решение задачи Коши для ОДУ первого порядка.

**Лабораторная работа № 2.**

**Тема:** Приближенное решение задачи Коши для системы ОДУ первого порядка.

**Лабораторная работа № 3.**

**Тема:** Приближенное решение задачи Коши для ОДУ второго порядка.

**Лабораторная работа № 4.**

**Тема:** Решение краевой задачи для ОДУ методом коллокации.



**Лабораторная работа № 5.**

**Тема:** Решение краевой задачи для ОДУ методом наименьших квадратов.

**Лабораторная работа № 6.**

**Тема:** Приближенное решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в прямоугольной области.

**Лабораторная работа № 7.**

**Тема:** Приближенное решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в произвольной области.

**Лабораторная работа № 8.**

**Тема:** Приближенное решение краевой задачи для дифференциального уравнения параболического типа.

**Лабораторная работа № 9.**

**Тема:** Приближенное решение краевой задачи для дифференциального уравнения гиперболического типа.

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания выполнения лабораторных работ

Описание методики оценивания выполнения лабораторной работы: оценка (баллы) за выполнение лабораторной работы ставится на основе оценивания трудоемкости выполняемых действий, оценки достижения поставленной цели и правильности выполнения отдельных пунктов (шагов) лабораторной работы. Оцениваемые пункты (шаги, виды деятельности) при выполнении лабораторной работы определяются в соответствии с формой отчета по лабораторной работе. Оценка (баллы) за лабораторную работу складывается как сумма оценок (баллов) по каждому виду деятельности.

Суммарная оценка (балл) выполнения лабораторных работ складывается из суммы оценок (баллов) по каждой лабораторной работе.

**Форма отчёта:**

1. Постановка задач. Краткая теория (метод решения). Геометрическая интерпретация.
2. Алгоритм решения поставленной задачи. (Блок-схема).
3. Текст программы.
4. Тестовый пример.
5. Численный расчёт по данным исходной задачи с оценкой погрешности результата. Протокол работы программы.
6. Анализ полученного результата.

**Пояснения к отдельным пунктам отчета.**

Постановка задачи включает краткую математическую формулировку задачи с пояснением отдельных моментов, а также необходимые графики и/или рисунки. Должны быть приведены основные моменты применяемых методов.

Алгоритм решения задачи может быть оформлен или в виде блок-схемы, или в словесной форме. Допускается описание алгоритма осмысленными частями (блоками).

Текст программы численного решения задачи должен быть написан на предлагаемом языке программирования, который может быть изменен по согласованию с преподавателем данного курса (например, это может быть команды или операции пакета прикладных программ).

Под тестовым примером или тестом понимается задача (аналогичная по постановке искомой задаче) у которой известно точное решение, что позволяет сравнить численные результаты (приближенное и точное решения) и оценить допустимую погрешность. По результатам тестирования должен быть сделан вывод.

Протокол работы программы должен включать результаты как по тестовому примеру, так и численного расчета искомой задачи. Результаты численных расчетов должны быть оформлены по всем правилам записи приближенных чисел, т.е. запись приближенного решения только с верными значащими цифрами и допустимой погрешностью.

Анализ численных результатов должен дать ответ на вопрос, соответствуют ли полученные результаты искомому решению поставленной задачи и почему.

Например. Общая трудоемкость лабораторной работы оценивается в 15 баллов, которая складывается из оценок по видам деятельности

1. Постановка задач. Краткая теория (метод решения). Геометрическая интерпретация. (3 балла)
2. Алгоритм решения поставленной задачи. (Блок-схема). (2 балла)
3. Текст программы. (2 балла)
4. Тестовый пример. (3 балла)
5. Численный расчёт по данным исходной задачи с оценкой погрешности результата. Протокол работы программы. (3 балла)
6. Анализ полученного результата. (2 балла)

Если лабораторных работ всего пять с оценками: 15, 12, 12, 10, 11, то всего баллов по лабораторным работам составляет: 60.

### Зачет

Зачет является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций.

Примерные вопросы к зачету, 1 курс / 2 семестр

1. Математическая модель. Этапы моделирования.
2. Применимость математической модели и погрешность. Обусловленность систем линейных алгебраических уравнений.
3. Свойства обусловленности.
4. Корректность постановки задачи. Примеры корректных и некорректных задач.
5. Компьютерное моделирование. Численный эксперимент.
6. Математическое моделирование физических процессов. Стационарные процессы. Постановка краевых задач (на примере уравнения Пуассона).
7. Математическое моделирование физических процессов. Нестационарные процессы. Уравнения параболического и гиперболического типов.
8. Основные понятия теории разностных схем. Сетки и сеточные функции. Разностная аппроксимация простейших дифференциальных операторов. Погрешность аппроксимации на сетке.
9. Постановка разностной задачи. О сходимости и точности схем. Аппроксимация краевых и начальных условий. Устойчивых и неустойчивых разностных схем. Корректность разностной задачи.
10. Разностные уравнения. Разностные уравнения второго порядка. Задача Коши.
11. Краевые задачи. Метод прогонки.
12. Поточный вариант метода прогонки. Матричная и циклическая прогонка.
13. Краевые задачи для ОДУ. Общая постановка краевой задачи. Линейная краевая задача.
14. Редукция к задаче Коши краевой задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка.
15. Метод конечных разностей при решении краевой задачи для линейного уравнения второго порядка.
16. Метод коллокации. Решение краевой задачи линейного дифференциального уравнения второго порядка.
17. Метод наименьших квадратов. Решение краевой задачи линейного дифференциального уравнения второго порядка.
18. Метод Галеркина. Решение краевой задачи линейного дифференциального уравнения второго порядка.
19. Решение разностных уравнений методом прогонки. Поточный вариант метода прогонки для разностных задач с сильно меняющимися коэффициентами.
20. Матричная прогонка. Циклическая прогонка
21. Разностные схемы для уравнений с постоянными коэффициентами. Уравнение теплопроводности с постоянными коэффициентами. Постановка задачи. Шаблоны. Погрешность аппроксимации.

22. Устойчивость по начальным данным. Устойчивость по правой части. Сходимость и точность.
23. Метод энергетических неравенств. Краевые условия третьего рода.
24. Многослойные схемы для уравнения теплопроводности.
25. Разностные схемы для уравнения колебаний струны. Постановка разностной задачи и вычисление погрешности аппроксимации.
26. Устойчивости разностных схем для уравнения колебаний струны. Метод энергетических неравенств.
27. Однородные схемы для стационарного уравнения с переменными коэффициентами. Постановка задачи. Трехточечные схемы.
28. Интегро-интерполяционный метод (метод баланса) построения однородных разностных схем.
29. Однородные консервативные схемы. Исходный класс консервативных схем. Шаблоны функционалы. Разностная функция Грина. Априорные оценки.
30. Погрешность аппроксимации в классе непрерывных коэффициентов. Погрешность аппроксимации в классе разрывных коэффициентов. О сходимости и точности.
31. Однородные разностные схемы на неравномерных сетках. Точная схема. Схема любого порядка точности.
32. Монотонные схемы для уравнения общего вида. Третья краевая задача.
33. Коэффициентная устойчивость разностных схем.
34. Однородные схемы для уравнения в цилиндрической и сферической системах координат.
35. Задача с условиями периодичности. Разностная задача Штурма — Лиувилля. Постановка задачи и основные свойства.
36. Разностная задача Штурма — Лиувилля. Оценка скорости сходимости.
37. Однородные разностные схемы для уравнения теплопроводности с переменными коэффициентами. Однородные разностные схемы. Погрешность аппроксимации.
38. Погрешность аппроксимации в классе разрывных коэффициентов. Устойчивость и априорные оценки. Сходимость и точность.
39. Однородные схемы на неравномерных сетках. Монотонные схемы для параболических уравнений общего вида.
40. Цилиндрически- и сферически-симметричные задачи теплопроводности.
41. Третья краевая задача. Периодическая задача. Квазилинейные уравнения.
42. Однородные разностные схемы для уравнений гиперболического типа. Однородные разностные схемы. Погрешность аппроксимации. Устойчивость и сходимость.
43. Разностные схемы для уравнений эллиптического типа. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона. Разностная аппроксимация оператора Лапласа.
44. Разностная задача Дирихле в прямоугольнике. Разностная задача Дирихле в области сложной формы. Запись разностного уравнения в канонической форме.
45. Принцип максимума. Оценка решения неоднородного уравнения. Оценка решения разностной задачи Дирихле. Равномерная сходимость и порядок точности разностной задачи Дирихле.
46. Схема повышенного порядка точности для уравнения Пуассона. Разностный оператор Лапласа в прямоугольной области.
47. Оператор Лапласа в области, составленной из прямоугольников.
48. Операторы с переменными коэффициентами.
49. Оператор со смешанной производной. Схема повышенного порядка точности для эллиптического уравнения со смешанными производными.
50. Разностные схемы как операторные уравнения в абстрактных пространствах. Устойчивость разностной схемы. Сходимость и аппроксимация. Некоторые априорные оценки. Коэффициентная устойчивость уравнений первого рода.
51. Каноническая форма двухслойных схем. Канонические формы трехслойных схем.

52. Понятие устойчивости. Достаточные условия устойчивости двухслойных схем в линейных нормированных пространствах.
53. Теория устойчивости разностных схем. Классы устойчивых двухслойных схем. Постановка задачи.
54. Исходное семейство схем. Энергетическое тождество. Устойчивость по начальным данным в НА . Устойчивость по начальным данным в Нв.
55. Необходимые и достаточные условия устойчивости по начальным данным.
56. Устойчивость по правой части. Устойчивость схемы с весами.
57. Априорные оценки в случае переменного оператора.
58. Классы устойчивых трехслойных схем. Постановка задачи. Основное энергетическое тождество.
59. Устойчивость по начальным данным. Устойчивость по правой части.
60. Схемы с переменными операторами.
61. Схема с весами. Априорные оценки.
62. О регуляризации разностных схем.
63. Вариационная постановка краевой задачи. Метод Ритца.
64. Проекционная постановка краевой задачи. Метод Галеркина.
65. Метод конечных элементов.

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания зачета

Зачет выставляется по рейтингу, в зависимости от эффективности работы в процессе изучения дисциплины, что определяется количеством набранных баллов за все виды заданий текущего и рубежного контроля: зачтено – от 60 до 110 баллов; не зачтено – от 0 до 59 баллов.

### 1.3. Рейтинг-план дисциплины

Таблица перевода баллов текущего контроля в баллы рейтинга

|    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|    | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 0  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1  | 5 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2  |   | 5 | 4 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| 3  |   |   | 5 | 4 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| 4  |   |   |   | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| 5  |   |   |   |   | 5 | 5 | 4 | 4 | 3 | 3 |
| 6  |   |   |   |   |   | 5 | 5 | 4 | 4 | 3 |
| 7  |   |   |   |   |   |   | 5 | 5 | 4 | 4 |
| 8  |   |   |   |   |   |   |   | 5 | 5 | 4 |
| 9  |   |   |   |   |   |   |   |   | 5 | 5 |
| 10 |   |   |   |   |   |   |   |   |   | 5 |

Рейтинг-план дисциплины представлен в Приложении 1.

## 2. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 5.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

#### Основная литература

1. Сабитов, К. Б. Уравнения математической физики : учеб. для студ. вузов, обуч. по напр. ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика" / К. Б. Сабитов .— Москва : Высшая школа, 2013 .— 352 с.
2. Дифференциальные уравнения математической физики и методы их решения [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. В. Жибер, Г. З. Мухаметова, Н. А. Сидельникова ; БашГУ .—

Уфа : РИЦ БашГУ, 2010 .— Электрон. версия печ. публикации .— Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ .—  
<URL:<https://elib.bashedu.ru/dl/read/ZhiberDifUravnMetemFiziki.pdf>>.

3. Кудряшов, С.Н. Основные методы решения практических задач в курсе «Уравнения математической физики» : учебное пособие / С.Н. Кудряшов, Т.Н. Радченко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет», Факультет математики, механики и компьютерных наук. - Ростов-на-Дону : Издательство Южного федерального университета, 2011. - 308 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=241103>.

#### **Дополнительная литература**

1. . Уравнения математической физики [Электронный ресурс] : практикум по решению задач : [учебное пособие для студ. вузов, обуч. по направлениям подготовки 140400 - "Техническая физика" и 150300 - "Прикладная механика"] / В.М. Емельянов, Е.А. Рыбакина .— СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2008 .— 212, [1] с. : ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература) .— Библиогр. в конце кн. — Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему издательства "Лань" .— ISBN 978-5-8114-0863-4 .— <URL:[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=140](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=140)>.
2. . Численные методы : учеб. пособ. для студ. физ.-мат. спец. вузов / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков ; Московский гос. ун-т им. М. В. Ломоносова .— 7-е изд. — Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2019 .— 636 с. — (Классический университетский учебник) .— Посвящ. 250-летию Московского университета .— Библиогр.: с. 624 .— Предм. указ. : с. 629 .— ISBN 978-5-9963-0449-3 : 484 р. 00 к.
3. Алгазин С. Д.. Численные алгоритмы классической математической физики: учебное пособие [Электронный ресурс] / Москва: Диалог - МИФИ, 2010. -240с. [http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_red&id=135962](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=135962)

#### **5.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины**

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/>.
2. Электронная библиотечная система «Лань» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/>.
3. Университетская библиотека онлайн biblioclub.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/>.
4. Электронная библиотека УУНиТ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://elib.bashedu.ru/>.
5. Российская государственная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.rsl.ru/>.
6. Национальная электронная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://xn--90ax2c.xn--p1ai/viewers/>.
7. Национальная платформа открытого образования proed.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://npoed.ru/>.
8. Электронное образование Республики Башкортостан [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://edu.bashkortostan.ru/>.
9. Информационно-правовой портал Гарант.ру [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.garant.ru/>.

**Перечень рекомендуемых ресурсов информационно-телекоммуникационной сети  
«Интернет», находящихся в свободном доступе**

1. <http://www.techlibrary.ru/>
2. <http://lib.mexmat.ru/catalogue.php>
3. <http://nehudlit.ru/books/subcat259.html>

**Программное обеспечение**

1. Windows - Договор №0301100003620000022 от 29.06.2020, Договор № 2159- ПО/2021 от 15.06.2021, Договор №32110448500 от 30.07.2021
2. Математический пакет Scalib - Бесплатная лицензия <https://www.scilab.org/about/scilab-open-source-software>
3. Браузер Google Chrome - Бесплатная лицензия [https://www.google.com/intl/ru\\_ALL/chrome/privacy/eula\\_text.html](https://www.google.com/intl/ru_ALL/chrome/privacy/eula_text.html)
4. Математический пакет Maxima - Бесплатная лицензия <http://maxima.sourceforge.net/ru/index.html>
5. Office Professional Plus - Договор №0301100003620000022 от 29.06.2020, Договор № 2159- ПО/2021 от 15.06.2021, Договор №32110448500 от 30.07.2021
6. Software Ideas Modeler - Бесплатная лицензия <https://www.softwareideas.net/Download/797/Software-Ideas-Modeler-11-95--32-bit-Setup>
7. Pascalabc, PascalABC.NET - Бесплатная лицензия <https://pascal-abc.ru>, <http://pascalabc.net>
8. Среда моделирования Aris Express - Бесплатная лицензия <https://www.ariscommunity.com/aris-express/how-to-start>
9. Система компьютерного набора текстов LaTeX - Бесплатная лицензия LPPL-версия 1.3 с <https://www.latex-project.org/lppl/>
10. Система дистанционного обучения Moodle - Бесплатная лицензия <http://www.gnu.org/licenses/gpl.html>

**6. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

| Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий | Вид занятий  | Наименование оборудования, программного обеспечения   |
|---|--|---|
| Аудитория 231(ФМ)   | Лекционная, Семинарская, Для консультаций, Для контроля и аттестации | Интерактивная доска smartboard 6801 со встроенным хга проектором, компьютеры в сборе(3,3 ghz,озу 4 gb,500 gb,монитор 21,5* philips,клав.,мышь) , учебная мебель, коммутатор d-link des-1016d.<br>Программное обеспечение <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Математический пакет Scalib</li> <li>2. Математический пакет Maxima</li> <li>3. Office Professional Plus</li> <li>4. Software Ideas Modeler</li> </ol> |

|                     |  |   |
|---------------------|--|---|
|                     |  | <ul style="list-style-type: none"> <li>5. Pascalabc, PascalABC.NET</li> <li>6. Среда моделирования Aris Express</li> <li>7. Система компьютерного набора текстов LaTeX</li> <li>8. Система дистанционного обучения Moodle</li> </ul>  |
| Аудитория 302(ФМ)   | Лекционная, Семинарская, Для консультаций, Для контроля и аттестации | <p>Усилитель alesis ra 150, учебная мебель, интерактивная доска smart, проектор viewsonic , системный блок .</p> <p>Программное обеспечение</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1. Windows</li> <li>2. Браузер Google Chrome</li> <li>3. Office Professional Plus</li> </ul> |
| Аудитория 311 а(ФМ) | Для хранения оборудования  | <p>Учебная мебель, учебно-методическая литература.</p> <p>Программное обеспечение</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1. Office Professional Plus</li> <li>2. Браузер Google Chrome</li> </ul>   |
| Аудитория 420(ФМ)   | Для самостоятельной работы   | <p>Компьютеры в сборе, нетбук lenovo, принтер canon lbp3010b, сканер mustek, учебная мебель.</p> <p>Программное обеспечение</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1. Office Professional Plus</li> <li>2. Windows</li> <li>3. Браузер Google Chrome</li> </ul>                 |
| Читальный зал(ФМ)   | Для самостоятельной работы   | <p>Компьютеры в сборе, учебная мебель на 100 посадочных мест, учебно-методические материалы.</p> <p>Программное обеспечение</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1. Office Professional Plus</li> <li>2. Windows</li> </ul>   |